Algorithmische Mathematik I

Wintersemester 2011 / 2012
Prof. Dr. Sven Beuchler
Peter Zaspel

universitätbonn

Übungsblatt 11.

Abgabe am **18.01.2012**.

Aufgabe 1. (Wahrscheinlichkeit und Kombinatorik)

a) Der schwarze König wird in die Ecke eines Schachbrettes positioniert. Nun wird die weiße Dame zufällig auf eines der übrigen Felder gestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bietet sie dem schwarzen König Schach?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von n Personen zwei am selben Tag Geburtstag haben? Ab welcher Anzahl n ist es sogar wahrscheinlicher, dass mindestens zwei Geburtstage zusammenfallen?

c) Eine Mutter hat zwei Kinder, von denen eines ein Junge ist. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das andere Kind auch ein Junge ist?

d) Auf wie viele Arten kann man aus 5 reinen und 7 angewandten Mathematikern einen Ausschuss aus 2 reinen und 3 angewandten Mathematikern bilden?

(5 Punkte)

Aufgabe 2. Sei $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum, sowie $A, B, C \in \mathcal{A}$. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

a) Zieht das Eintreten des Ereignisses A stets das Eintreten des Ereignisses B nach sich, so gilt $P(A) \leq P(B)$.

b) Zieht das gleichzeitige Eintreten von A und B stets das Eintreten von C nach sich, so gilt $P(C) \geq P(A) + P(B) - 1$.

c) $P(A\Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$.

d) $|P(A) - P(B)| \leq P(A\Delta B)$.

e) $P(A\Delta C) \leq P(A\Delta B) + P(B\Delta C)$.

Dabei ist die *symmetrische Differenz* zweier Mengen A und B als $A\Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ definiert.

(5 Punkte)

Aufgabe 3. (Geh aufs Ganze)

Das Finale der Spielshow "Geh aufs Ganze", einer Adaption der amerikanischen Spielshow "Let's make a deal", läuft wie folgt ab: Der Spieler muss zwischen drei Türen wählen. Hinter einer der Türen befindet sich der Hauptgewinn, hinter den anderen beiden Nieten. Nachdem der Spieler sich für eine der Türen entschieden hat, öffnet der Moderator eine der anderen Türen - und zwar eine, hinter der sich eine Niete befindet. Dem Spieler wird nun die Gelegenheit gegeben, seine Entscheidung noch einmal zu ändern.
Wie soll sich der Spieler verhalten? Begründen Sie Ihre Antwort!

(5 Punkte)

Aufgabe 4. Im Rahmen einer Studie werden Schüler befragt, ob sie schon einmal abgeschrieben haben. Um Anonymität zu gewährleisten, benutzt man das folgende Verfahren: Jeder Befragte wirft erst einmal im Geheimen für sich einen fairen Würfel. Hat er eine Eins gewürfelt, so antwortet er immer mit Nein, im Falle einer Sechs immer mit Ja. In allen anderen Fällen sagt er die Wahrheit. Wir nehmen an, dass sich alle an diese Anweisung halten. In der Umfrage antworten schließlich $\frac{2}{3}$ der Teilnehmer mit Ja.

a) Wie hoch ist der Anteil der Schüler, die schon einmal gespickt haben?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler, der in der Umfrage mit Ja geantwortet hat, tatsächlich schon einmal abgeschrieben hat?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass jemand, der mit Nein geantwortet hat, wirklich noch nie abgeschrieben hat?

(5 Punkte)

Es gibt auf diesem Zettel keine Programmieraufgaben

Achtung: Die Abgabe der Programmieraufgaben beginnt in den CIP-Pools am Mittwoch und endet am Dienstag der darauffolgenden Woche! Analog wird auch die Anmeldeliste ausgehängt.
Somit wird die Liste am 18.01.2011 ausgehängt und am 24.01.2012 abgehängt. Die Abgabe der Aufgaben erfolgt dann vom 25.01. bis 01.02.2012.