



Algorithmische Mathematik I

Wintersemester 2011 / 2012

Prof. Dr. Sven Beuchler

Peter Zaspel



Übungsblatt 10.

Abgabe am 11.01.2012.

Aufgabe 1. Sei Ω eine Menge, \mathcal{A} eine σ -Algebra auf Ω sowie $A_1, \dots, A_n \in \mathcal{A}$. Beschreiben Sie für $1 \leq k \leq n$ die folgenden Ereignisse mengentheoretisch:

- Genau k der Ereignisse A_1, \dots, A_n treten ein.
- Mindestens k der Ereignisse A_1, \dots, A_n treten ein.
- Höchstens k der Ereignisse A_1, \dots, A_n treten ein.

(5 Punkte)

Aufgabe 2. (σ -Algebren)

Es sei $\Omega := \{a, b, c, d\}$.

- Gib die kleinstmögliche σ -Algebra über Ω an.
- Ist die Menge $\mathcal{A} = \{\emptyset, \{a\}, \{b, c\}, \{a, d\}, \Omega\}$ eine σ -Algebra über Ω ? Wenn nicht, dann ergänze sie zu einer solchen. (Nicht zur Potenzmenge.)
- Konstruiere eine σ -Algebra über Ω , die nicht $\mathcal{P}(\Omega)$ und nicht den in a) und b) konstruierten σ -Algebren entspricht.

(5 Punkte)

Aufgabe 3. Skat ist ein Spiel für drei Spieler A, B und C, das mit einem Blatt aus 32 Karten- 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König und Ass in den Farben Karo, Herz, Pik und Kreuz-gespielt wird. Zu Beginn des Spiels erhält jeder der Spieler 10 Karten, die zwei verbleibenden Karten werden als Skat oder Stock verdeckt abgelegt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

- Spieler A erhält alle vier Buben.
- Irgendein Spieler erhält alle vier Buben.
- Spieler A erhält mindestens ein Ass.
- Es liegen eine Dame und ein Ass im Skat.

(5 Punkte)

Aufgabe 4. Ein Pokerblatt besteht aus 52 Karten in vier Farben (Karo, Herz, Pik und Kreuz), wobei die Karten einer Farbe jeweils folgende Anordnung haben: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König, Ass.

Ein Spieler zieht nun zufällig 5 Karten ohne Zurücklegen (wobei es im Folgenden nicht auf die Reihenfolge der gezogenen Karten ankommt!)

- Wieviele unterschiedliche Kombinationen gibt es?

- b) Wieviele Kombinationen bilden eine Straße, d. h. eine Reihe aufeinanderfolgender Karten (nicht notwendigerweise aus Karten der gleichen Farbe)? Beispiel für eine Straße: 7, 8, 9, 10, Bube
- c) Wieviele Kombinationen sind ein straight flush, d.h. eine Straße aus Karten der gleichen Farbe?

(5 Punkte)

Aufgabe 5. (Jackenproblem (freiwillige Aufgabe, Bonuspunkte))

n Personen stehen nach einer Weihnachtsfeier an der Garderobe an, um ihre Jacken abzuholen. Der Garderobier hat selbst ausgiebig mitgefeiert und dabei zu tief ins Glas geschaut. Deshalb achtet er nicht mehr darauf, wem welches Kleidungsstück gehört und gibt einfach jedem der Wartenden rein zufällig eine Jacke.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass keiner der Wartenden die richtige Jacke erhält?

Wie verhält sich die Wahrscheinlichkeit für $n \rightarrow \infty$?

(freiwillige Aufgabe, 5 Bonus - Punkte)

Es gibt auf diesem Zettel keine Programmieraufgaben

Achtung: Die Abgabe der Programmieraufgaben beginnt in den CIP-Pools ab sofort stets am Mittwoch und endet am Dienstag der darauffolgenden Woche! Analog wird ab sofort auch die Anmeldeliste ausgehängt. Somit wird die Liste am 21.12.2011 ausgehängt und am 10.01.2012 abgehängt. Die Abgabe der Aufgaben erfolgt dann vom 11.01. bis 17.01.2012.

Wir wünschen allen Studierenden
frohe Weihnachten und einen guten
Rutsch ins neue Jahr!