Algorithmische Mathematik I

Wintersemester 2011 / 2012
Prof. Dr. Sven Beuchler
Peter Zaspel

universitätbonn

Übungsblatt 0.

Abgabe am **(keine Abgabe)**.

Präsenzübung

Überlegen Sie sich für die nachfolgenden Aufgabenstellungen einen geeigneten Algorithmus und formulieren / implementieren Sie diesen als Code-Auszug in der Programmiersprache C/C++ auf Papier. Erstellen Sie hier insbesondere jeweils ein Unterprogramm der Form

`ausgabe = PROGNAME(var1,var2,...)`,

z.B.

```
double PROGNAME(double* var1, double var2)
{
    double ausgabe;

    // Programm-Code der Routine

    ...

    return ausgabe;
}
```

Aufgabe 1. (Harmonische Reihe)

Man implementiere die Berechnung `s = HARMONISCH(n)` mit

$$s = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i}.$$

Aufgabe 2. (Polynom-Auswertung)

Es sei a_i $i = 0, \ldots, n$ und $x \in \mathbb{R}$ reelle Zahlen sowie

$$p(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$$

ein sog. Polynom n-ten Grades. Man bestimme $p(x)$ durch direktes Auswerten der Summe, d.h. bestimme `p = POLYNOM_WERT(a,n,x)`. Dabei ist a ein *double*-Array der Länge $n+1$.

Aufgabe 3. (Lineare Algebra - Operationen)

Es sollen typische Operationen auf *double*-Arrays bzw. Vektoren der Länge n von reelen Zahlen implementiert werden. Es seien Vektoren $x, y, z \in \mathbb{R}^n$ der Form $x =$

$(x_1, x_2, \ldots, x_n)^t = (x_i)_{i=1}^n$, sowie der *double*-Werte / die reelle Zahl $\alpha \in \mathbb{R}$ gegeben. Sofern nicht anders angegeben, wird aus den beiden Eingabe-Arrays x und y ein Array z berechnet. Implementieren Sie nun:

a) komponentenweise Addition `VDPLUS(n,x,y,z)`, d.h.

$$z_i = x_i + y_i, \quad i = 1 \ldots n$$

b) komponentenweise Subtraktion `VDMINUS(n,x,y,z)`, d.h.

$$z_i = x_i - y_i, \quad i = 1 \ldots n$$

c) komponentenweise Multiplikation `VDMULT_VEKTOR(n,x,y,z)`, d.h.

$$z_i = x_i y_i, \quad i = 1 \ldots n$$

d) Skalarprodukt `sigma = DSCAPR(n,x,y)` mit dem Ergebnis $\sigma \in \mathbb{R}$,

$$< x, y > := \sigma = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

e) Multiplikation des Arrays/Vektors x mit Zahl $\alpha \in \mathbb{R}$ `VDMULT_ZAHL(n,x,alpha,z)`, d.h.

$$z = \alpha x \quad \text{mit } z_i = \alpha x_i.$$

f) kombinierte Addition `VDAXPY(n,x,alpha,y)`, d.h.

$$z = y + \alpha x \quad \text{mit } z_i = \alpha x_i + y_i$$

Man speichere dabei das Ergebnis z auf dem Wert von y, d.h. $y := y + \alpha x$.

g) komponentenweises Maximum `VDMAX(n,x,y,z)`, d.h.

$$z_i = \max\{x_i, y_i\}.$$

h) Maximum von n Zahlen `maximum = MAX(n,x)`:

$$maximum = \max_{i=1\ldots n} x_i,$$

Aufgabe 4. (Rekursion)

Die Fibonacci-Zahlen f_n sind durch die 3-Term Rekursion

$$\begin{aligned} f_0 &= 0, \\ f_1 &= 1, \\ f_{n+1} &= f_n + f_{n-1}, \quad n \geq 1. \end{aligned}$$

definiert. Man bestimme f_n mit Hilfe des rekursiven Unterprogramms `f = FIBONACCI(n)`.

Aufgabe 5. Man bestimme mit dem Euklidschen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler $t = g.g.T(m, n)$ zweier ganzer Zahlen m und n. Dies implementiere man

1. iterativ, d.h. das Unterprogramm `t = EUKILD_ITERATIV(m,n)`
2. rekursiv. d.h. das Unterprogramm `t = EUKILD_REKURSIV(m,n)`